开孔纸蜂窝芯层的面外静态压缩特性

赵俊霞[1],郭彦峰[1],王振[2],付云岗[1],王慧能[1]

(1. 西安理工大学印刷包装与数字媒体学院, 710048 西安;2. 西安仁盛蜂窝制品有限公司,710300 西安)

摘　要:针对双层侧壁开孔的纸蜂窝芯层的面外静态压缩特性,通过试验分析无孔和开孔纸蜂窝芯层在面外压缩量为 85% 时的压缩变形过程,研究相对湿度和圆孔直径对其强度性能的影响。基于蜂窝结构的对称性,利用两种基本单元模型,将面外受载的蜂窝胞壁视为无孔和开孔简支弹性薄板,推导出弹性屈曲临界应力和塑性屈曲平台应力的预测公式,结果表明理论计算与试验结果具有良好的一致性。结合纸基材的正交各向异性和纸蜂窝芯层的面外压缩特性,建立无孔、开孔纸蜂窝的有限元模型,仿真模拟蜂窝胞壁在弹性和塑性屈曲阶段的弯折变形演化过程,与静态压缩试验中所观察到的变形过程是一致的。

关键词:开孔纸蜂窝芯层; 静态压缩; 相对湿度; 临界应力; 平台应力

中图分类号:TB484.1　　**文献标志码:**A

Out-of-plane static compression of paper honeycomb core layer with hole

ZHAO Junxia[1], GUO Yanfeng[1], WANG Zhen[2], FU Yungang[1], WANG Huineng[1]

(1. Faculty of Printing, Packaging Engineering and Digital Media Technology, Xi'an University of Technology, 710048 Xi'an, China; 2. Xi'an Ren Sheng Feng Wo Zhi Pin Co., Ltd., 710300 Xi'an, China)

Abstract: In view of the out-of-plane static compression characteristics of paper honeycomb core layer with hole on double-layer cell walls, the compression deformation processes of paper honeycomb core layer without and with hole when the compression amount is 85% are investigated by experiments, and the effects of relative humidity and pore diameter on its strength performance are studied. Based on the symmetry of honeycomb structure and using two element models, the honeycomb cell walls loaded along the out-of-plane direction are regarded as simply-supported elastic plate without and with hole. The prediction formulas of the critical stress of elastic buckling and plastic plateau stress are derived. The results show that analytical calculations are in good agreement with the experimental results. Combining the orthotropic properties of the paper sheet and the out-of-plane compressive feature of paper honeycomb core layer, the finite element models of paper honeycomb without and with hole are established. The simulation of the bending and folding deformation evolution processes for honeycomb cell walls during the elastic-plastic buckling stages is

收稿日期:2021-10-09　　　**修回日期:**2022-08-30

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 11202128);西安市科技计划资助项目(No. 2017080CG/RC043(XALG024));陕西省重点研发计划资助项目(No. 2018GY-191)

通信作者:郭彦峰,教授。E-mail:guoyf@xaut.edu.cn

引用格式:赵俊霞,郭彦峰,王振,等. 开孔纸蜂窝芯层的面外静态压缩特性[J]. 应用力学学报,2023,40(1):189-198.

ZHAO Junxia, GUO Yanfeng, WANG Zhen, et al. Out-of-plane static compression of paper honeycomb core layer with hole[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(1): 189-198.

consistent with the deformation processes observed in the static compression experiment.

Key words: paper honeycomb core layer with hole; static compression; relative humidity; critical stress; plateau stress

蜂窝以其优异的轻质、抗冲击性和能量吸收能力具有极其重要的工程应用价值[1-2]，因而纸蜂窝结构在军工和民用产品的防护包装领域得到了广泛应用[3]。PEHLIVAN 等[4]试验分析了碳纤维复合材料蜂窝的面外压缩性能，发现正六边形蜂窝相比方形、圆形蜂窝具有更优异的压溃性能和压溃力效率。正六边形纸蜂窝结构的面外压缩特性主要由芯层性能决定，关键影响因素包括蜂窝芯纸定量、胞元边长和厚度、胶粘剂和环境湿度等。在环境湿度影响方面，GUO 等[5]、NAVARANJAN 等[6]、王志伟等[7]研究结果表明，中高湿度条件下纸瓦楞板、纸蜂窝板的强度性能和弹性模量明显下降。LEPPÄNEN 等[8]利用弹塑性模型分析不同湿度条件下纸板的流变学性能BOSCO 等[9]提出了一种纸纤维微观结构的渐进均匀化模型用来预测纸张在湿-力综合条件下的力学行为。上述研究表明纸基材本身固有的吸湿性，使得纸蜂窝对物流运输与使用环境的中高湿度比较敏感，而且纸蜂窝板所用的胶粘剂含有一定量的水分，这些易造成蜂窝纸板发生翘曲变形和强度降低，甚至出现霉变现象。为了解决工程实际问题，借鉴目前蜂窝结构和纸包装的开孔设计，提出开孔纸蜂窝芯层结构，并对其静态压缩强度进行研究。WANG 等[10]提出对六边形铝蜂窝的侧面开孔，促使胞元内气体沿平面内外两个方向流动以提高铝蜂窝的散热性能。贾连光等[11]在保证蜂窝钢结构吸耗能能力的前提下，通过腹板开孔以有效避免梁柱连接处的脆性断裂。FADIJI 等[12]研究了开孔通风瓦楞纸板包装的压缩强度、最佳开孔位置与通风特性，而NAVICKAITE 等[13]借鉴瓦楞结构的周期性单向通孔与外界空气相通特征，分析了瓦楞管的传热性能。赵俊霞等[14]提出对纸蜂窝芯层的双层侧壁开孔的设计方法，在保证结构强度的前提下改善其内外空气流通通道，以提高蜂窝纸板的干燥速度和效果。在蜂窝结构的强度计算方面，梁森等[15]将面外受载的蜂窝芯层转化为四边简支的矩形薄板，建立了正六边形蜂窝夹芯胞元壳的理论分析模型，推导出蜂窝胞元夹芯的临界应力计算公式。杜义贤等[16]利用能量均匀化方法建立基于宏观力学性能的细观点阵结构的优化模型，解析分析并试验验证正六边形蜂窝切变模量的计算方法。肖潭等[17]理论计算出铝蜂窝夹层结构的等效弹性参数和在均布载荷作用下的应力与变形。研究者们还根据蜂窝结构的对称性，将由两个 120°角基本折叠单元组成的 Y 形结构作为代表单元，WIERZBICKI 和 CHEN[18-19]理论分析了金属蜂窝胞元中具有一组双层胞壁的六边形金属蜂窝的屈曲、折叠、坍塌和强度性能，系统研究了超折叠单元法和简化折叠单元法。E 等[20]将纸蜂窝胞元的初始形状处理为 Y 形单元，利用超折叠单元法推导出纸蜂窝面外压缩平台应力的解析公式。尹汉锋等[21]利用 Chen-Wierzbicki 简化基本折叠单元法，理论分析了三种常用蜂窝结构的面外平均压缩应力，采用 LS-DYNA 非线性有限元仿真的结果与理论结果吻合很好。BAI 等[22]将纸蜂窝夹层视为理想的刚塑体模型，分析了不同应变率下平台应力和能量吸收特性。SOROHAN 等[23]研究了蜂窝结构均质化模型，结果表明等效的正交各向异性均匀实体的弹性特性有限元分析能够建立节点中的应力分布和验证解析关系式。王轩等[24]利用 ABAQUS/Explicit 显式求解器模拟分析了单侧面板含穿孔损伤的蜂窝夹芯结构的准静态侧向压缩性能和渐进损伤特性。夏元明等[25]通过准静态压缩试验和 ABAQUS 有限元分析，研究了单、双胞壁开孔金属蜂窝的压溃变形与强度特性。张新春等[26]数值研究了集中缺陷(胞壁缺失)对三角形和四边形蜂窝材料面内冲击性能的影响，结果表明随着缺陷率的增加，试件的平台应力和能量吸收能力逐渐降低。郭春霞等[27]研究了正弦负泊松比蜂窝梁平面内三点弯时的断裂韧性和吸能性能，结果表明，负泊松比梁的吸能性能优于传统方孔蜂窝梁，但是随着负泊松比效应的增加，其吸能性能逐渐降低。

针对蜂窝纸板在物流运输、使用环境和生产工艺中的工程实际问题，结合纸张的干燥过程，借鉴现有蜂窝结构和纸包装的开孔方法，提出开孔纸蜂窝芯层结构，对纸蜂窝芯层的双层胞壁进行开孔设计，用来改善内外空气流通通道，在保证其面外静态压缩强度的前提下提高蜂窝纸板的干燥速度和效果。本文针对所提出的开孔纸蜂窝芯层结构，理论分析和试验研究其面外静态压缩特性，通过拉伸试验测

定不同相对湿度条件下单层蜂窝胞壁、粘合前后双层蜂窝胞壁的弹性模量、屈服强度、断裂拉力和抗拉强度，解析计算不同湿度条件下开孔纸蜂窝芯层弹性屈曲的临界载荷和塑性平台应力，仿真分析纸蜂窝芯层开孔之后的压缩变形规律，为纸蜂窝芯层开孔设计和蜂窝纸板干燥工艺提供依据。

1 蜂窝芯纸物理性能测试

1.1 试验方法

蜂窝芯纸是一种多相且非均质的纸纤维合成材料，为了对比蜂窝芯纸的横向和纵向的性能，考虑单层蜂窝胞壁和粘合前后双层蜂窝胞壁的差别，采用拉伸试验法测定其弹性模量、屈服强度、断裂拉力和抗拉强度，为解析计算和有限元分析提供材料参数。选用的蜂窝芯纸厚度平均值 0.255 mm，克重平均值 150 g/m^2。沿蜂窝芯纸的纵向（MD）、横向（CD）切取宽度（15 ±0.1）mm、长度 250 mm 的试样，制作单层蜂窝芯纸（即单层蜂窝胞壁）、双层蜂窝芯纸（即没有粘合的双层蜂窝胞壁）、胶粘剂粘合的双层蜂窝胞壁，分别用符号 S、D、DA 表示。试验之前，按照 GB 10739“纸、纸板和纸浆试样处理和试验的标准大气条件”，将试样在温度 23 ℃、相对湿度分别为 50%、60%、70% 和 80% 的温湿度条件下放置处理 6 h。参考 GB 12914“纸和纸板抗张强度的测定”，采用 D2-5DL 电子式高温试验机，以 5 mm/min 的准静态恒定速率拉伸试样，测定拉力-变形量曲线。

1.2 蜂窝芯纸的物理性能分析

4 种蜂窝芯纸试样在不同相对湿度条件下的拉力-变形量曲线如图 1 所示，S-CD 表示拉伸方向与纤维方向垂直的单层蜂窝芯纸；S-MD 表示拉伸方向与纤维方向相同的单层蜂窝芯纸；D-MD 表示拉伸方向与纤维方向相同的双层蜂窝芯纸；DA-MD 表示拉伸方向与纤维方向相同的胶粘剂粘合的双层蜂窝胞壁。由曲线可知蜂窝芯纸并不完全属于线弹性材料，面内力学行为由线性部分和非线性部分组成。表 1 所示是基于拉力-变形量曲线计算得到的蜂窝芯纸的弹性模量、屈服强度、断裂拉力、抗拉强度的平均值，其中抗拉强度是指单位宽度的蜂窝芯纸断裂前所能承受的最大拉力。试验分析结果表明，4 种相对湿度条件下试样 D-MD 在纵向纤维方向的抗拉强度是试样 S-MD 的 1.84 ~ 2.06 倍，单双层蜂窝胞壁的弹性模量、屈服强度和抗拉强度均随着湿度

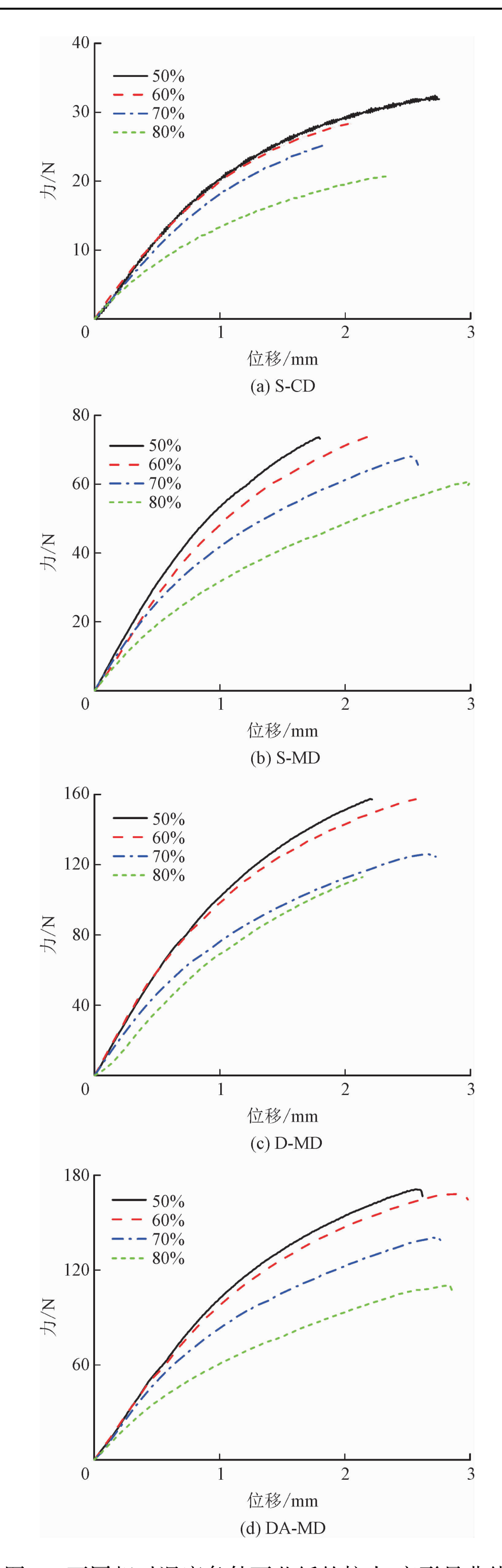


图 1 不同相对湿度条件下芯纸的拉力-变形量曲线

Fig. 1 Tensile force and deformation curves of core paperat different relative humidity

的增加而下降。相同的湿度条件下,单层和双层蜂窝胞壁在纵向纤维方向的弹性模量比较接近,屈服强度和抗拉强度则随着蜂窝胞壁层数的增加而增大,蜂窝芯纸纵向纤维方向的弹性模量明显高于横向。胶粘剂对双层纸张的粘结作用明显提高了蜂窝芯纸的屈服强度,而对抗拉强度的增强作用较小。

表 1 不同相对湿度条件下蜂窝芯纸的物理性能

Tab. 1 Physical performances of honeycomb core paper at different relative humidity

相对湿度/%	试样类型	弹性模量/MPa	屈服强度/(kN·m⁻¹)	断裂拉力/N	抗拉强度/(kN·m⁻¹)
50	S-CD	1 127.46	0.51	30.40	2.03
	S-MD	3 088.71	1.48	78.66	5.24
	D-MD	2 808.71	1.85	157.85	10.52
	DA-MD	2 744.57	3.37	179.11	11.94
60	S-CD	1 112.29	0.61	28.14	1.88
	S-MD	2 897.20	1.38	75.21	5.01
	D-MD	2 743.90	1.57	154.70	10.31
	DA-MD	2 697.59	3.06	169.72	11.32
70	S-CD	990.71	0.51	23.65	1.68
	S-MD	2 263.08	1.15	67.98	4.53
	D-MD	2 240.82	1.35	125.20	8.35
	DA-MD	2 231.57	2.24	139.47	9.30
80	S-CD	803.40	0.31	20.68	1.38
	S-MD	1 735.26	0.97	61.38	4.09
	D-MD	2 000.95	1.19	113.84	7.59
	DA-MD	1 834.80	2.04	117.74	7.85

2 无孔和开孔纸蜂窝芯层的强度

2.1 无孔纸蜂窝芯层的面外应力分析

2.1.1 弹性屈曲的临界应力

在纸蜂窝芯层的面外压缩过程中,通常将纸蜂窝胞壁即蜂窝芯纸近似为一个单向均匀受压的各向同性简支薄板[15],此时薄板弹性屈曲的临界应力值 σ_{cr} 为

$$\sigma_{cr}=K\frac{\pi^2E}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{t}{a}\right)^2 \qquad (1)$$

式中:K 是屈曲系数或稳定系数,弹性薄板在相同长宽比的情况下由正交各向异性退化为各向同性时临界应力会提高,考虑纸基材的特性以及板长宽比对矩形板临界应力的影响,稳定系数需要适当减小[6,20,28],取值 1.80;E 是弹性模量,对应表 1 中试样 D-MD 在湿度 50%、60%、70%、80% 时弹性模量的测试值;ν 是泊松比[29],取 0.2;t 是简支薄板的厚度,即纸张的厚度 0.255 mm;a 是简支薄板的宽度,即蜂窝胞元的边长 8.66 mm。

将纸蜂窝芯层分割成一系列矩形或三角形单元,如图 2 所示,选择其中一个单元作为 Y 形基本单元,Y 形基本单元上承受的总压缩载荷为 F,根据式(2)计算得到压缩应力值 σ,即为无孔纸蜂窝芯层($d_{hole}=0$ mm)弹性屈曲的临界应力值,计算结果如表 2 所示。

$$\sigma=\frac{F}{A}=\frac{4\cdot\frac{a}{2}\cdot t\cdot\sigma_{cr}}{\frac{3a}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}a}{2}}=\frac{8}{3\sqrt{3}}\left(\frac{t}{a}\right)\sigma_{cr} \qquad (2)$$

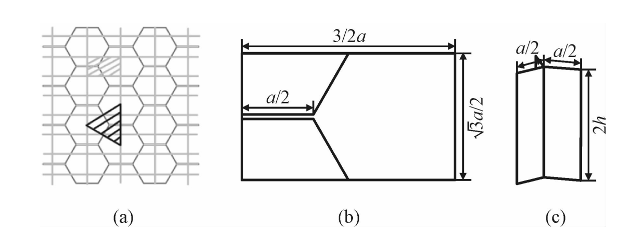


图 2 无孔纸蜂窝芯层及 Y 形基本单元结构

Fig. 2 Paper honeycomb core layer without perforation and Y-Shape basic unit

表 2 纸蜂窝芯层的临界应力

Tab. 2 Critical stress of paper honeycomb core layer

相对湿度/%	理论值/MPa			试验值/MPa		
	d_{hole} = 0 mm	d_{hole} = 2 mm	d_{hole} = 3 mm	d_{hole} = 0 mm	d_{hole} = 2 mm	d_{hole} = 3 mm
50	0.170	0.162	0.151	0.169	0.161	0.152
60	0.166	0.158	0.148	0.164	0.159	0.146
70	0.136	0.129	0.121	0.140	0.129	0.122
80	0.121	0.118	0.110	0.123	0.114	0.107

2.1.2 塑性屈曲的平台应力

根据能量平衡关系[21],将面外准静态平均压缩力所做的功等效为 Y 形基本单元压缩折叠的延展吸能与水平铰线吸能之和,分析得到纸蜂窝芯层在面外均匀压缩过程中的能量平衡关系

$$p_m\delta_e 2h=U_{m,B}+U_{b,B} \qquad (3)$$

$$U_{m,B}=4\cdot\frac{1}{2}\sigma_{ys}th^2=2\sigma_{ys}th^2 \quad (4)$$

$$U_{b,B}=\frac{\pi}{2}\left[8\cdot\frac{\sigma_{ys}t^2}{4}\cdot\frac{a}{2}+4\cdot\frac{\sigma_{ys}(2t)^2}{4}\cdot\frac{a}{2}\right]$$
$$=6\pi M_0 a \quad (5)$$

式中：p_m是面外准静态平均压缩力，N；δ_e是有效压缩比例（不包含密实化阶段），取75%；2 h 是 Y 形基本单元的高度，如图 2（b）所示，即蜂窝胞元的厚度 12.7 mm；$U_{m,B}$是延展吸能，N · mm；$U_{b,B}$是水平铰线吸能，N · mm；σ_{ys}是蜂窝芯纸的屈服应力，取表 3 中试样 S-MD 的σ_{ys}数值；M_0是蜂窝胞壁单位长度的弯矩，$M_0=\sigma_{ys}t^2/4$。

将 $U_{m,B}$和 $U_{b,B}$代入式（3）中，根据准静态压缩过程中的能量最小原理，通过求解$\partial p_m/\partial h=0$，得到 p_m

$$p_m=\frac{4}{3}\sigma_{ys}t\sqrt{3a\pi t} \quad (6)$$

正六边形无孔纸蜂窝芯层 Y 形基本单元的承载面积为

$$S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}a\cdot\frac{3}{2}a=\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2 \quad (7)$$

故无孔纸蜂窝芯层塑性屈曲的平台应力为式（8），计算结果如表 4 所示。

$$\sigma_{pl}=\frac{p_m}{S}=\frac{16\sqrt{\pi}}{9}\sigma_{ys}\left(\frac{t}{a}\right)^{3/2} \quad (8)$$

无孔纸蜂窝芯层的塑性屈曲平台应力的另一种计算方法[20]如式（9）～（11）所示，根据表 3 计算双层蜂窝胞壁与单层蜂窝胞壁的屈服应力之比 k，进一步得到平台应力 σ_{pl}，与式（8）计算结果相近。

表 3　单层和双层胞壁的屈服应力

Tab. 3　Yield stress of single and double-layer cell walls

相对湿度/%	σ_{ys}/MPa	
	S-MD	D-MD
50	5.80	7.26
60	5.40	6.16
70	4.50	5.29
80	3.80	4.65

$$\sigma_{pl}=\sigma_{ys}\left[D_1(k)\left(\frac{t}{a}\right)^{\frac{5}{3}}+D_2(k)\left(\frac{t}{a}\right)^2\right] \quad (9)$$

$$D_1(k)=1.427\,(2k+1)^{\frac{2}{3}}(4k+1)^{\frac{1}{3}} \quad (10)$$

$$D_2(k)=0.3849(2k-1) \quad (11)$$

表 4　纸蜂窝芯层的平台应力

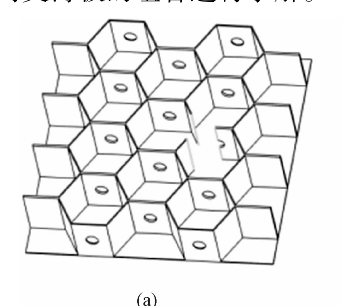
Tab. 4　Plateau stress of paper honeycomb core layer

相对湿度/%	理论值/MPa			试验值/MPa		
	d_{hole} = 0 mm	d_{hole} = 2 mm	d_{hole} = 3 mm	d_{hole} = 0 mm	d_{hole} = 2 mm	d_{hole} = 3 mm
50	0.091	0.085	0.081	0.092	0.081	0.078
60	0.085	0.079	0.075	0.084	0.080	0.070
70	0.071	0.066	0.063	0.071	0.065	0.063
80	0.060	0.056	0.053	0.061	0.058	0.054

2.2　开孔纸蜂窝芯层的面外应力分析

2.2.1　弹性屈曲的临界应力

纸蜂窝芯层双层侧壁的中心处开孔后形成开孔纸蜂窝芯层，圆孔的存在减小了蜂窝胞壁的承载面积，并出现应力集中现象。为了分析开孔对纸蜂窝芯层弹性屈曲临界应力的影响，建立 Y_{hole}形基本单元模型，即双层壁板处开孔的三角形单元，它包括 2 个厚度为 t、边长为 $a/2$ 的简支薄板和 2 个厚度为 t、边长为 $a/2$ 的开孔简支薄板，如图 3 所示。所以开孔纸蜂窝芯层的面外应力分析可转化为无孔和开孔简支薄板的组合进行求解。


(a)

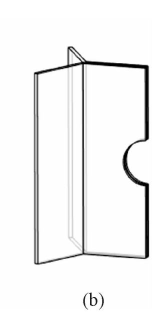

(b)

图 3　开孔纸蜂窝芯层及 Y_{hole}形基本单元

Fig. 3　Paper honeycomb core layer with perforation and Y_{hole}-shaped basic unit

为计算开孔简支薄板弹性屈曲的临界应力 $\sigma_{cr,hole}$，参考 MOEN 等[30]针对含孔板的弹性屈曲行为，建立了单孔或多孔对受压板临界弹性屈曲应力影响的闭合表达式。此外，开孔薄板在形状和应力上为对称的，因此截取下半部分进行受力分析，如图 4 所示，列出对应关系式（12）～（15）。根据力平衡关系，通过净截面应力 $\sigma_{a,net}$，求得总截面应力 σ_a，进一步比较无孔薄板弹性屈曲的临界应力 σ_{cr}与开孔薄板总截面应力 σ_a之间的大小，选出最小应力值作为开孔简支薄板弹性屈曲临界应力 $\sigma_{cr,hole}$ 的近似值。

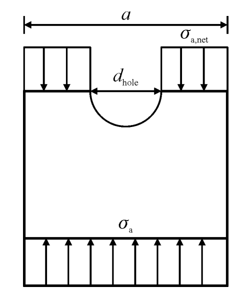


图 4　开孔薄板的应力示意图

Fig. 4　Schematic diagram of stress of perforated plate

$$\sigma_{\mathrm{a,net}}=\sigma_{a-d_{\mathrm{hole}}} \tag{12}$$

$$\sigma_{a-d_{\mathrm{hole}}}=K\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{t}{a-d_{\mathrm{hole}}}\right)^2 \tag{13}$$

$$\sigma_a=\sigma_{\mathrm{a,net}}\left(1-\frac{d_{\mathrm{hole}}}{a}\right) \tag{14}$$

$$\sigma_{\mathrm{cr,hole}}=\min[\sigma_{\mathrm{cr}},\sigma_{\mathrm{a}}] \tag{15}$$

式中：d_{hole}是圆孔直径，分别取 2、3 mm；K 是屈曲系数或稳定系数，对应圆孔直径 d_{hole}，K 分别取 1.26、0.92。无孔薄板弹性屈曲的临界应力值 σ_{cr} 与开孔薄板总截面应力值 σ_{a} 的比较如表 5 所示，圆孔直径分别为 2、3 mm 的简支薄板的临界应力 $\sigma_{\mathrm{cr,hole}}$ 近似等于相应孔径简支薄板总截面的应力 σ_{a}。因此，根据式(16)计算得到开孔纸蜂窝芯层弹性屈曲的临界应力，计算结果见表 2。

$$\sigma_{\mathrm{hole}}=\frac{2\cdot\frac{a}{2}\cdot t\cdot(\sigma_{\mathrm{cr,hole}}+\sigma_{\mathrm{cr}})}{\frac{3a}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}a}{2}} \tag{16}$$

表 5　弹性屈曲的应力值比较

Tab. 5　Comparison of elastic buckling stresses

相对湿度/%	σ_{cr}	σ_{a}	
		$d_{\mathrm{hole}}=2$ mm	$d_{\mathrm{hole}}=3$ mm
50	3.752	3.415	2.934
60	3.665	3.336	2.866
70	2.993	2.724	2.341
80	2.673	2.433	2.090

2.2.2　塑性屈曲的平台应力

纸蜂窝芯层双层侧壁处圆孔的存在，明显减小了蜂窝胞壁的承载面积，此时 Y_{hole}形基本单元压缩折叠的延展吸能 $U_{\mathrm{m,B}}$仍保持式(4)不变，水平铰线吸能 $U_{\mathrm{b,B}}$变为

$$U_{\mathrm{b,B}}=\frac{\pi}{2}\left[8\cdot\frac{\sigma_{\mathrm{ys}}t^2}{4}\cdot\frac{a}{2}+4\cdot\frac{\sigma_{\mathrm{ys}}(2t)^2}{4}\cdot\frac{(a-d_{\mathrm{hole}})}{2}\right]$$
$$=2\pi aM_0+4\pi(a-d_{\mathrm{hole}})M_0 \tag{17}$$

将式(4)和式(17)代入式(3)中，根据准静态压缩过程中的能量最小原理，通过求解 $\partial p_{\mathrm{m}}/\partial h=0$，得到 p_{m}

$$p_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}\sigma_{\mathrm{ys}}t\sqrt{\pi t}\frac{\left(8a-\frac{16}{3}d_{\mathrm{hole}}\right)}{\sqrt{3a-2d_{\mathrm{hole}}}} \tag{18}$$

根据式(19)计算开孔纸蜂窝芯层塑性屈曲的平台应力，计算结果见表 4。

$$\sigma_{\mathrm{pl,hole}}=\frac{p_{\mathrm{m}}}{S} \tag{19}$$

3　无孔和开孔纸蜂窝芯层的静态压缩试验

静态压缩试验中蜂窝芯纸的规格与物理性能测试所用材料相同，下层固定面纸为定量 160 g/m² 、厚度 0.250 mm 的牛皮纸。纸蜂窝芯层试样的边长 60 mm、高度 12.7 mm，包括 11 个边长为 8.66 mm 的正六边形蜂窝胞元。试验之前将所有试样在温度均为 23 ℃、相对湿度分别为 50%、60%、70% 和 80% 的温湿度条件下进行调温调湿处理 6 h。参考 GB 1453“夹层结构或芯子平压性能试验方法”，利用 HT-2402 电脑伺服控制材料试验机进行静态压缩试验，上压板以 12 mm/min 的恒定速率对试样施加位移载荷，压缩量为 85%。每组试样重复 3 次试验，求取平均值，同时记录试样的弯折变形过程。

由不同相对湿度下无孔和开孔纸蜂窝芯层静态压缩的应力-应变曲线计算得到无孔、开孔纸蜂窝芯层弹性屈曲临界应力和塑性平台应力的试验值，如表 2 和表 4 所示，结果表明试验值和理论值具有良好的一致性。纸蜂窝芯层开孔之后，弹性屈曲的临界应力值和塑性屈曲的平台应力值都随着相对湿度和圆孔直径的增加而缓慢减小。

4　无孔和开孔纸蜂窝芯层的有限元分析

4.1　蜂窝芯纸的弹性常数计算

对蜂窝结构进行有限元分析时需要赋予模型蜂窝芯纸的材料参数，结合表 1 中蜂窝芯纸横向和纵向的弹性模量，考虑纸基材的正交各向异性[28]，参考 MANN 等研究成果[31]，计算蜂窝芯纸的弹性模量

E_x、E_y、E_z，剪切模量 G_{xy}、G_{xz}、G_{yz}，泊松比 ν_{xy}、ν_{xz}、ν_{yz}，其中，面外泊松比 ν_{xz}、ν_{yz} 在计算中通常取 0.01，蜂窝芯纸弹性常数的计算结果如表 6 所示。为检验试验数据的准确性，正交各向异性材料的弹性常数需满足 $\nu_{xy2} < E_x/E_y$，$\nu_{xz2} < E_x/E_z$，$\nu_{yz2} < E_y/E_z$。若试验数据不满足上述关系，有限元分析计算就会提示错误，经检验证明试验数据是合理的。蜂窝芯纸的弹性常数的计算公式为

$$G_{xy} = 0.387\sqrt{E_x E_y} \tag{20}$$

$$G_{xz} = E_x/55 \tag{21}$$

$$G_{yz} = E_y/35 \tag{22}$$

$$E_z = E_x/200 \tag{23}$$

$$\nu_{xy} = 0.293\sqrt{E_y/E_x} \tag{24}$$

表 6　不同湿度条件下蜂窝芯纸的弹性常数

Tab. 6　Elastic constants of honeycomb core paper at different humidity

相对湿度/%	E_x/MPa	E_y/MPa	E_z/MPa	G_{xy}/MPa	G_{xz}/MPa	G_{yz}/MPa	ν_{xy}
50	1 127.455	2 808.710	5.637	688.675	20.499	80.249	0.462
60	1 112.290	2 743.904	5.561	676.090	20.223	78.397	0.460
70	990.710	2 240.815	4.954	576.617	18.013	64.023	0.441
80	803.398	2 000.951	4.017	490.676	14.607	57.170	0.462

4.2　纸蜂窝芯层的弹性屈曲分析结果

利用 ANSYS Workbench 对无孔、开孔纸蜂窝芯层进行弹性屈曲分析，以确定结构从稳定平衡过渡到不稳定平衡时的临界载荷和失稳后的形态。在弹性屈曲分析之前先由静力学分析获得结构刚度。在 3D 建模软件 Creo Parametric 中分别建立无孔、开孔直径分别为 2 mm、3 mm 的纸蜂窝芯层装配体模型，然后导出为 parasolid(*.x_t)格式，并导入 ANSYS Workbench。纸蜂窝芯层的有限元模型如图 5 所示，整体尺寸为 60 mm × 60 mm × 12.7 mm，正六边形胞元的边长为 8.66 mm，壁厚 0.255 mm。设置其材料特性为“paper”，具体参数见表 6。上、下压板不需要计算应力、应变和相对变形，将上、下压板的硬度行为设置为“Rigid(刚性)”。根据纸蜂窝芯层内不同胞壁的位置和方向，采用局部坐标系给出蜂窝胞壁的几何方向。定义上、下压板与纸蜂窝芯层之间的接触类型为“Friction(摩擦)”，其接触特点为法向可分离、不渗透、有摩擦力，这种接触类型计算代价较大，可使用 Bonded(绑定)代替。然后进行网格划分，利用 Fixed Joint(固定副)将下压板的下表面与地面固定在一起，在上压板的上表面施加单位载荷。

根据局部放大图，开孔双层胞壁受到面外压缩后应力分布发生变化，出现应力集中现象，圆孔的左端和右端受到压应力作用、上端和下端受到拉应力作用，使得胞壁竖直方向被压缩，水平方向被拉伸。湿度为 50% 时无孔和开孔纸蜂窝芯层临界载荷的有限元与试验对比结果如图 6 所示，试验中的纸蜂窝芯层结构是通过胶粘剂粘接，对结构缺陷(开孔)比较敏感，有限元模型为理想粘接，因此有限元结果较试验结果偏大。相对湿度分别为 60%、70%、80% 条件下，临界载荷的有限元结果较试验结果也均偏大，这是由于有限元分析使用较为理想化的模型来近似模拟实际情况，避免了试样的缺陷。

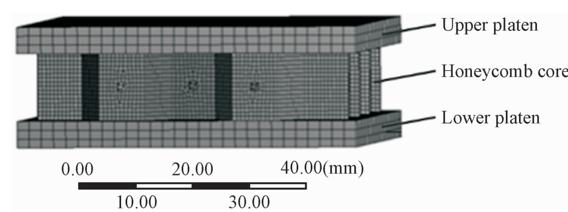


图 5　有限元模型(d_{hole} = 2 mm)

Fig. 5　Finite element model (d_{hole} = 2 mm)

图 6　弹性屈曲的临界载荷值

Fig. 6　Critical load of elastic buckling

4.3　纸蜂窝芯层的塑性屈曲分析结果

无孔、开孔纸蜂窝芯层的压缩破坏主要与蜂窝侧壁的塑性屈曲有关，采用静态分析模块，利用纸蜂窝胞元的面外静态压缩过程模拟无孔和开孔纸蜂窝芯层的塑性变形。定义正六边形边长 8.66 mm、高度 12.7 mm、厚度 0.255 mm，使用概念建模将正六边

形生成面体，并进行开孔，建立单个纸蜂窝胞元模型。对模型进行切片处理，定义局部坐标系对应六个面，赋予材料特性为“paper”。根据静态压缩试验中压缩速率 12 mm/min、纸蜂窝胞元被压缩 85%，即垂直变形量 10.795 mm，在有限元中为方便设置多步载荷，实现上压板的下移速度为 12 mm/min，垂直变形量取整为 10 mm。

表 7 为相对湿度 50% 时无孔和开孔纸蜂窝胞元面外静态压缩变形的有限元仿真与试验结果。在弹性变形阶段，应力分布在整个纸蜂窝胞壁上，仅在上下两端附近有少量应力集中，此时无孔纸蜂窝壁板的上下两端出现凸胀式褶皱，而开孔纸蜂窝侧壁的圆孔边缘区域由于应力集中导致局部屈曲破坏，侧壁的圆孔处产生内凹式褶皱；在塑性阶段，弹性屈曲逐渐变为塑性屈曲，承载部位由蜂窝胞壁逐渐变化为其结合处，以纸蜂窝胞元中面为对称面逐渐折叠压缩，弯折变形程度随圆孔直径的增大而增大；在密实化阶段，纸蜂窝胞元壁板折叠扩展、相互挤压，基本不再具有弹性。因此通过有限元屈曲波形的发展能够及时察觉初始屈曲状态，从屈曲变形模式上看，有限元仿真过程和试验所观察到的变形过程是一致的。

5 结　论

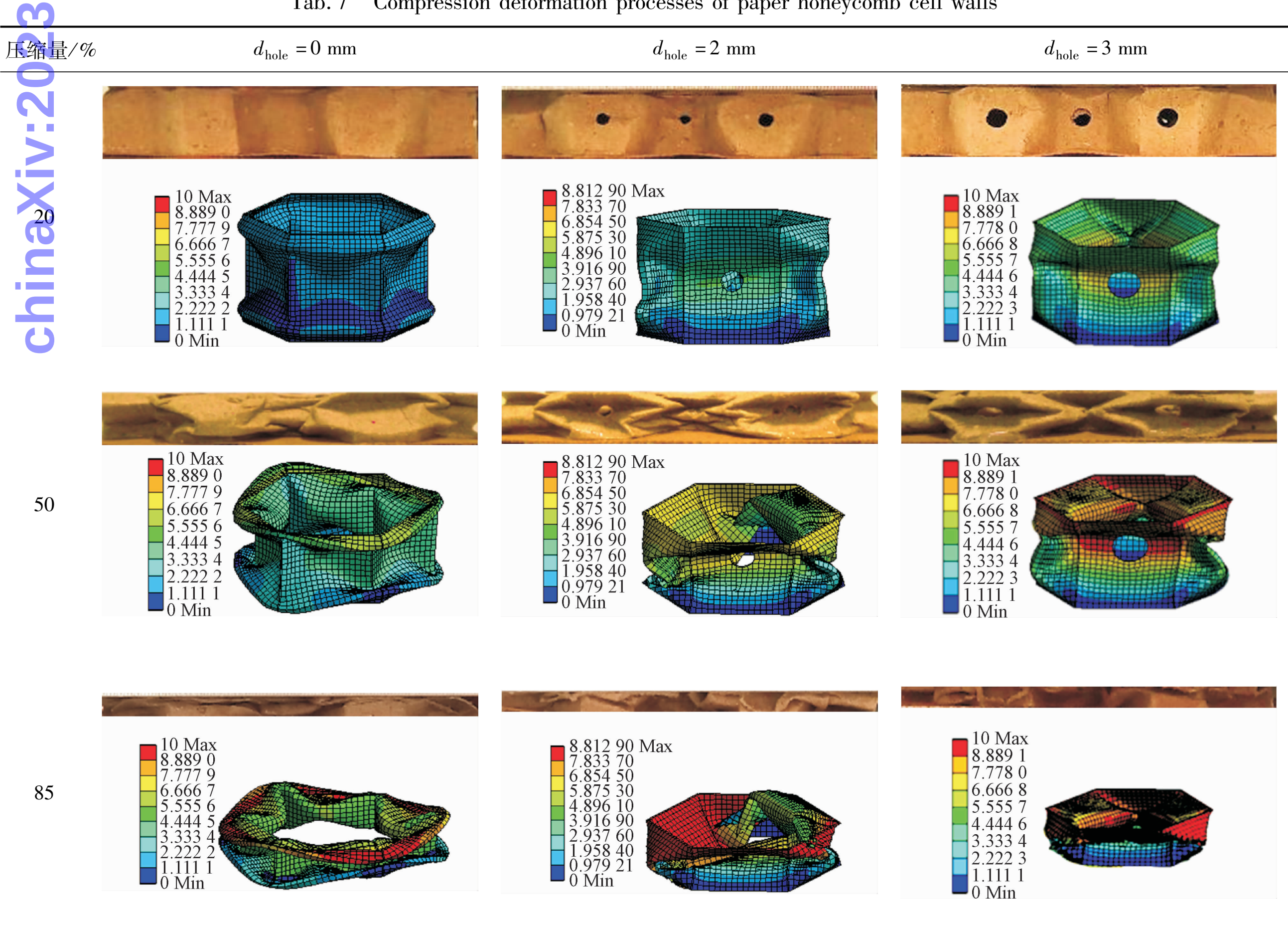
1）纸蜂窝芯层的双层侧壁开孔之后，其临界应力值和平台应力值都随着相对湿度和圆孔直径的增加而减小。在相同湿度下单层、双层蜂窝胞壁在纵向纤维方向的弹性模量比较接近。

2）利用 Y 形和 Y_{hole} 形 2 种基本单元模型，将面外受载的蜂窝胞壁转化为无孔和开孔简支薄板进行求解，解析计算的临界应力值和塑性平台应力值与静态压缩试验结果具有良好的一致性。

3）通过纸蜂窝胞元有限元模型模拟纸蜂窝胞壁的弯折变形演化过程，能够及时察觉初始屈曲状态，从屈曲变形模式上看，有限元仿真结果与试验中所观察到的变形过程是一致的。

表 7　纸蜂窝胞壁的压缩变形过程

Tab. 7　Compression deformation processes of paper honeycomb cell walls



参考文献:

[1] BIRMAN V, KARDOMATEAS G A. Review of current trends in research and applications of sandwich structures[J]. Composites part b, 2018, 142: 221-240.

[2] ZHOU H, XU P, XIE S C, et al. Mechanical performance and energy absorption properties of structures combining two Nomex honeycombs[J]. Composite structures, 2018, 185: 524-536.

[3] HUA G J, SHEN Y, ZHAO D, et al. Experimental and numerical analysis of the edge effect for corrugated and honeycomb fiberboard [J]. Strength of materials, 2017, 49: 188-197.

[4] PEHLIVAN L, BAYKASOĞLU C. An experimental study on the compressive response of CFRP honeycombs with various cell configurations[J]. Composites part b, 2019, 162: 653-661.

[5] GUO Y F, FU Y G, ZHANG W. Creep properties and recoverability of double-wall corrugated paperboard[J]. Experimental mechanics, 2008, 48: 327-333.

[6] NAVARANJAN N, DICKSON A, PALTAKARI J, et al. Humidity effect on compressive deformation and failure of recycled and virgin layered corrugated paperboard structures[J]. Composites part b, 2013, 45: 965-971.

[7] 王志伟,姚著. 蜂窝纸板冲击压缩的试验研究和有限元分析[J]. 机械工程学报, 2012, 48(12): 49-55.
WANG Zhiwei, YAO Zhu. Experimental investigation and finite element analysis for impact compression of honeycomb paperboards [J]. Journal of mechanical engineering, 2012, 48(12): 49-55 (in Chinese).

[8] LEPPÄNEN T, ERKKILÄ A L, KOUKO J, et al. A plasticity model for predicting the rheological behavior of paperboard[J]. International journal of solids and structures, 2017, 106-107: 38-45.

[9] BOSCO E, PEERLINGS R H J, GEERS M G D. Hygro-mechanical properties of paper fibrous networks through asymptotic homogenization and comparison with idealized models[J]. Mechanics of materials, 2017, 108: 11-20.

[10] WANG Z J, QIN Q H, WANG F F, et al. Quasi-static crush behavior of aluminum hexagonal honeycomb with perforated cell walls [J]. Key engineering materials, 2013, 535-536: 422-425.

[11] 贾连光,孙宏达,王春刚. 蜂窝式钢框架结构抗震性能试验研究[J]. 工程力学, 2012, 29(7): 147-153.
JIA Lianguang, SUN Hongda, WANG Chungang. Experimental research on seismic behavior of cellular steel frame[J]. Engineering mechanics, 2012, 29(7): 147-153 (in Chinese).

[12] FADIJI T, AMBAW A, COETZEE C J, et al. Application of finite element analysis to predict the mechanical strength of ventilated corrugated paperboard packaging for handling fresh produce[J]. Biosystems engineering, 2018, 174: 260-281.

[13] NAVICKAITE K, CATTANI L, BAHL C R H, et al. Elliptical double corrugated tubes for enhanced heat transfer[J]. International journal of heat and mass yransfer, 2019, 128: 363-377.

[14] 赵俊霞,郭彦峰,王振,等. 相对湿度和开孔对纸蜂窝芯层抗压强度的影响[J]. 中国造纸学报, 2020, 35(1): 39-46.
ZHAO Junxia, GUO Yanfang, WANG Zhen, et al. Effect of relative humidity and perforating on compressive strength of paper honeycomb core [J]. Transactions of China pulp and paper, 2020, 35 (1): 39-46 (in Chinese).

[15] 梁森,陈花玲. 常见蜂窝胞元轴向承载能力研究[J]. 兵器装备工程学报, 2011, 32(1): 65-69.
LIANG Sen, CHEN Hualing. Investigation on axial load support capability for an ordinary honeycomb cell [J]. Journal of ordnance rquipment rngineering, 2011, 32(1): 65-69 (in Chinese).

[16] 杜义贤,李涵钊,田启华,等. 基于能量均匀化的高剪切强度周期性点阵结构拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2017, 53(18): 152-160.
DU Yixian, LI Hanzhao, TIAN Qihua, et al. Topology optimization of periodic lattice structure with high shear strength using energy-based homogenization [J]. Journal of mechanical engineering, 2017, 53: 152-160 (in Chinese).

[17] 肖潭,胡森,吴伟,等. 蜂窝夹层铝建筑模板的几何优化与试验研究[J]. 工程力学, 2019, 36(2): 195-204.
XIAO Tan, HU Sen, WU Wei, et al. Geometrical optimization and experimental study of aluminum honeycomb sandwich construction formworks[J]. Engineering mechanics, 2019, 36(2): 195-204 (in Chinese).

[18] WIERZBICKI T. Crushing analysis of metal honeycombs[J]. International journal of impact engineering, 1983, 1: 157-174.

[19] CHEN W G, WIERZBICKI T. Relative merits of single-cell, multi-cell and foam-filled thin-walled structures in energy absorption[J]. Thin-walled structures, 2001, 39: 287-306.

[20] E Y P, WANG Z W. Plateau stress of paper honeycomb as response to various relative humidities[J]. Packaging technology & science, 2010, 23: 203-216.

[21] 尹汉锋,文桂林. 基于简化基本折叠单元法的蜂窝耐撞性优化设计[J]. 机械工程学报, 2011, 47(16): 93-100.
YIN Hanfeng, WEN Guilin. Crashworthiness optimization design of honeycombs based on the simplified basic folding element method [J]. Journal of mechanical engineering, 2011, 47(16): 93-100 (in Chinese).

[22] BAI Z Y, WANG D M, XU Z F. Model creation of strain rate-dependent energy absorption for paper honeycomb sandwich structure

[J]. Journal of sandwich structures & materials, 2015, 17: 359-375.

[23] SOROHAN S, CONSTANTINESCU D M, SANDU M, et al. On the homogenization of hexagonal honeycombs under axial and shear loading. Part I: Analytical formulation for free skin effect[J]. Mechanics of materials, 2018, 119: 74-91.

[24] 王轩,刘武帅,余芬,等. 穿孔对平纹编织面板蜂窝夹芯结构侧向压缩性能的影响[J]. 中国机械工程, 2019, 30(17): 2076-2083.

WANG Xuan, LIU Wushuai, YU Fen, et al. Effects of perforation on edgewise compression performances honeycomb sandwich structures with plain woven panels[J]. China mechanical engineering, 2019, 30(17): 2076-2083(in Chinese).

[25] 夏元明,张威,崔天宁,等. 金属多级类蜂窝的压溃行为研究[J]. 力学学报, 2019, 51(3): 873-883.

XIA Yuanming, ZHANG Wei, CUI Tianning, et al. Investigation on crushing behavior of metal honeycomb-like hierarchical structures[J]. Chinese journal of theoretical and applied mechanics, 2019, 51(3): 873-883(in Chinese).

[26] 张新春,刘颖,章梓茂. 集中缺陷对蜂窝材料面内动力学性能的影响[J]. 工程力学, 2011, 28(5): 239-244.

ZHANG Xinchun, LIU Ying, ZHANG Zimao. Effects of concentrated defects on the in-plane dynamic properties of honeycombs[J]. Engineering mechanics, 2011, 28(5): 239-244(in Chinese).

[27] 郭春霞,赵冬,孙永涛,等. 正弦负泊松比多孔蜂窝梁平面内三点弯吸能性能实验研究[J]. 应用力学学报, 2020, 37(6): 2404-2409.

GUO Chunxia, ZHAO Dong, SUN Yongtao, et al. Energy absorption property of sinusoidal auxetic cellular honeycomb beam under in-plane three-point bending test[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2020, 37(6): 2404-2409(in Chinese).

[28] 刘腾喜,黄世清,傅衣铭,等. 正交各向异性薄板的弹塑性屈曲分析[J]. 力学季刊, 2002, 23(4): 552-557.

LIU Tengxi, HUANG Shiqing, FU Yiming, et al. Elastic-plastic buckling analysis for orthotropic plate[J]. Chinese quarterly of mechanics, 2002, 23(4): 552-557(in Chinese).

[29] NAMASIVAYAM N, ALAN D, JOUNI P, et al. Humidity effect on compressive deformation and failure of recycled and virgin layered corrugated paperboard structures[J]. Composites part b, 2013, 45: 965-971.

[30] MOEN C D, SCHAFER B W. Elastic buckling of thin plates with holes in compression or bending[J]. Thin-walled structures, 2009, 47: 1597-1607.

[31] MANN R W, BAUM G A, HABEGER C C, et al. Determination of all nine orthotropic elastic constants for machine-made paper[J]. Tappi, 1980, 63(2): 163-166.

(编辑　黄崇亚)